



论文

高阶贝塞尔-高斯光束的自重建特性

张前安, 吴逢铁*, 郑维涛, 蒲继雄

华侨大学信息科学与工程学院, 泉州 362021

* 联系人, E-mail: fengtie@hqu.edu.cn

收稿日期: 2011-01-18; 接受日期: 2011-05-10; 网络出版日期: 2011-09-16

国家自然科学基金(批准号: 60977068, 61178015)、国家高功率激光物理重点实验室开放基金(编号: SG001102)、华侨大学学科重点建设项目经费和泉州市科技重点项目(编号: 2011G9)资助

摘要 由汉克尔波理论分析了贝塞尔(Bessel)光束的形成原理, 很好地解释了零阶和高阶 Bessel 光束的自重建特性. 利用衍射积分理论和柯林斯公式条件下的传输模型数值模拟了一阶贝塞尔-高斯(Bessel-Gauss)光束经过轴上圆形障碍物后的光强分布特性. 结果表明, 高阶 Bessel-Gauss 光束也具有零阶 Bessel 光束类似的自重建特性. 实验上采用轴棱锥聚焦涡旋光束获得一阶 Bessel-Gauss 光束, 然后通过轴上圆形障碍物、轴上和离轴正方形障碍物, 验证了高阶 Bessel-Gauss 光束的自重建特性. 理论模拟和实验结果相吻合.

关键词 汉克尔波理论, 衍射理论, 高阶 Bessel-Gauss 光束, 自重建

PACS: 42.25.-p, 42.25.Fx, 41.85.Ew

激光光镊自 1986 年由 Ashkin 等人^[1]提出以来, 作为一种无直接接触、可产生和检测微小力以及精确测量微小位移的物理学工具, 在生命科学和纳米科学等领域得到了广泛的应用^[2-4]. 传统的光镊系统一般通过聚焦高斯光束实现梯度力势阱来俘获微观粒子, 因此光镊系统只能工作在光束焦点附近, 且光束散射严重, 俘获效率相对较低, 不利于微粒的大范围俘获. 另外, 高度聚焦的高斯光束也可能对生物微粒造成严重的热损伤^[5].

无衍射 Bessel 光束自 1987 年由美国罗切斯特大学的 Durnin 等人^[6]提出后, 就因其独特的性质(传输中保持光场不变、具有高度的方向性、中心光斑极小等)引起了人们的广泛关注. 近年来, 研究人员还发现 Bessel 光束具有高斯光束等普通光束不曾有的重要性质——自重建特性^[7-9], 这对于光镊系统具有特

殊意义. Garces-Chavez 等人^[10]于 2002 年利用零阶 Bessel 光束的无衍射和自重建特性构建了新型光镊系统, 实现了微观粒子的大范围、多层面操控. 与零阶 Bessel 光束相比, 高阶 Bessel 光束除了具有无衍射和自重建特性以外, 还因为螺旋相位因子 $e^{im\phi}$ 的存在而具有轨道角动量 $n\hbar$ ^[11,12]. 带有轨道角动量的涡旋光束与物质相互作用过程中会有相应的角动量交换, 从而使物体发生转动, 实现光致旋转, 可以作为光学扳手和原子马达用于操控某些微观粒子^[12-15]. 另外, 高阶 Bessel 光束在轴上存在相位奇点, 因此轴上光强为零, 属于空心光束的一种. 利用空心光束构建空心光镊系统, 不仅可以提高俘获效率, 还可以克服传统光镊造成的热损伤问题^[16].

关于 Bessel 光束的自重建特性, 国内外学者研究的主要是零阶 Bessel 光束, 我们研究小组也做了相

引用格式: 张前安, 吴逢铁, 郑维涛, 等. 高阶贝塞尔-高斯光束的自重建特性. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41: 1131-1137
Zhang Q A, Wu F T, Zheng W T, et al. Self-reconstructing properties of high-order Bessel-Gauss beam (in Chinese). Sci Sin Phys Mech Astron, 2011, 41: 1131-1137, doi: 10.1360/132011-63

关的理论和实验研究^[8,17-19], 对于高阶 Bessel 光束自重建特性的系统研究国内外尚未见过报道, 而高阶 Bessel 光束的自重建特性对于利用高阶 Bessel 光束构建新型光镊系统具有极高的应用价值^[15]. 本文基于汉克尔(Hankel)波理论, 详细分析了 Bessel 光束的形成原理, 解释了零阶和高阶 Bessel 光束的自重建特性. 因为高阶 Bessel 光束和零阶 Bessel 光束一样, 也是非平方可积的, 因此实验上采用螺旋相位板(SPP)和轴棱锥产生了高阶 Bessel-Gauss 光束, 验证了高阶 Bessel-Gauss 光束的自重建特性. 理论分析和数值模拟与实验结果很好的吻合.

1 理论分析

光波在自由空间传播时, 电场分量 E 满足亥姆霍兹(Helmholtz)方程:

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0. \quad (1)$$

在柱坐标系下特征函数 $E = H(\rho)\exp(-ik_z z + in\phi)$, 代入(1)式得

$$\rho^2 \frac{d^2 H}{d\rho^2} + \rho \frac{dH}{d\rho} + [(k^2 - k_z^2)\rho^2 - n^2] H = 0, \quad (2)$$

其中 ρ 为径向坐标, ϕ 为方位角, k 为波数, k_z 为波矢的轴向分量. 注意到(2)式为 n 阶 Bessel 方程, 它的一组线性无关解为^[20]

$$H_n^{(1)}(k_\rho \rho)\exp(-ikz + in\phi) = [J_n(k_\rho \rho) + iN_n(k_\rho \rho)]\exp(-ikz + in\phi), \quad (3)$$

$$H_n^{(2)}(k_\rho \rho)\exp(-ikz + in\phi) = [J_n(k_\rho \rho) - iN_n(k_\rho \rho)]\exp(-ikz + in\phi), \quad (4)$$

其中, k_ρ 为波矢的径向分量, $H_n^{(1)}$ 和 $H_n^{(2)}$ 分别为第一类和第二类 n 阶汉克尔函数(Hankel function), J_n 为 n 阶 Bessel 函数, N_n 为 n 阶诺伊曼函数(Neumann function).

将(3)和(4)式相加可得

$$[H_n^{(1)}(k_\rho \rho) + H_n^{(2)}(k_\rho \rho)]\exp(-ikz + in\phi) = 2J_n(k_\rho \rho)\exp(-ikz + in\phi). \quad (5)$$

当 $n=0$ 时, (5)式可整理为

$$[H_0^{(1)}(k_\rho \rho) + H_0^{(2)}(k_\rho \rho)]\exp(-ikz) = 2J_0(k_\rho \rho)\exp(-ikz), \quad (6)$$

(6)式表示的是第一类零阶 Hankel 波 $H_0^{(1)}$ 和第二类零阶 Hankel 波 $H_0^{(2)}$ 相叠加产生零阶 Bessel 光的表达式. 第一类零阶 Hankel 波 $H_0^{(1)}$ 描述的是轴对称的从轴线向外的输出锥面波(Outgoing Conical Wave-OCW), 第二类零阶 Hankel 波 $H_0^{(2)}$ 描述的是轴对称的从外向轴线的入射锥面波(Incoming conical wave-ICW). ICW 和 OCW 重叠的区域(图 1(a)中 ABCD 区域)产生零阶 Bessel 光^[21], 因为 $H_0^{(1)}$ 和 $H_0^{(2)}$ 是轴对称的, 所以零阶 Bessel 光也是轴对称的. 当在无衍射区域内放置障碍物后, ICW 或 OCW 被遮挡, 或者二者同时被遮挡. 在没有 ICW 和 OCW 相互叠加的区域将无法形成 Bessel 光, 但是没有被挡住的 ICW 和 OCW 继续传播后叠加仍然可以形成 Bessel 光, 表现出 Bessel 光经过障碍物一段距离后发生自重建现象. 图 1(a)描述的是 Bessel 光轴上放置直径为 D 的圆形障碍物时发生的自重建现象, 障碍物后 Bessel 光自重建的最短距离通过几何关系可以表示为 $z_{\min} = Dk_z/2k_\rho$. 可见, 障碍

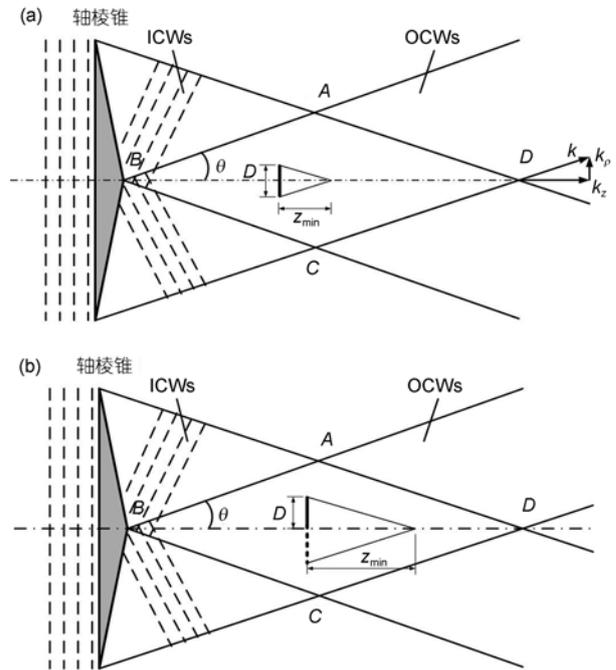


图 1 用 Hankel 波描述 Bessel 光形成及自重建示意图

(a) 轴上障碍物后自重建; (b) 离轴障碍物后自重建

Figure 1 Diagram of Bessel beam formation and its self-reconstruction described by Hankel waves. (a) Self-reconstructing of Bessel beam with an on-axis obstacle; (b) self-reconstructing of Bessel beam with an off-axis obstacle.

物尺寸越大, Bessel 光自重建需要的距离将越长. 图 1(b)描述的是 Bessel 光轴外放置相同尺寸的障碍物时发生的自重建现象, 与轴上自重建不同的是, 离轴自重建需要更长的距离.

当 $n \neq 0$ 时, (5)式表示的是第一类 n 阶 Hankel 波 $H_n^{(1)}$ 和第二类 n 阶 Hankel $H_n^{(2)}$ 波叠加产生 n 阶(即高阶)Bessel 光的表达式. 由(5)式可以看出, $n \neq 0$ 导致高阶 Hankel 波比零阶 Hankel 波多了一个与方位角 ϕ 有关的螺旋相位因子 $\exp(in\phi)$, 因此高阶 Bessel 光也就带上了螺旋相位因子 $\exp(in\phi)$, 成为涡旋光束. 但是高阶 Hankel 波仍然具有零阶 Hankel 波的锥形结构, 高阶 Hankel 波叠加形成高阶 Bessel 光的形式保持不变^[22], 因此高阶 Bessel 光也具有零阶 Bessel 光类似的自重建特性.

2 数值模拟

理想的高阶 Bessel 光束同理想的零阶 Bessel 光束一样, 也是非平方可积的, 具有无限大的能量, 实际上是不可能实现. 而高阶 Bessel-Gauss 光束的径向分布受高斯函数调制能量有限, 实际中是可以产生实现的, 因此研究高阶 Bessel-Gauss 光束的传输就更有现实意义.

高阶 Bessel-Gauss 光束的电场表达式为^[21]

$$E(\rho, \theta, z) = E_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp \left[i \left(k - \frac{k_\rho^2}{2k} \right) z - i\Phi(z) \right] \times J_n \left[k_\rho \rho / (1 + iz/z_0) \right] \exp(-in\theta)$$

$$\times \exp \left[\left(\frac{-1}{\omega^2(z)} + \frac{ik}{2R(z)} \right) \left(\rho^2 + \frac{k_\rho^2 z^2}{k^2} \right) \right], \quad (7)$$

其中, $z_0 = \pi\omega^2/\lambda$, $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + (z/z_0)^2}$, $R(z) = z \left[1 + (z_0/z)^2 \right]$, $\Phi(z) = \tan^{-1}(z/z_0)$. E_0 为常数, ρ 为径向坐标, θ 为方位角, ω_0 为高斯光束的束腰大小, n 是高级 Bessel 函数的阶数.

当 $z=0$ 时, (7)式可以简化为

$$E(\rho, \theta, z=0) = E_0 J_n(\alpha\rho) \cdot \exp \left(-\frac{\rho^2}{\omega_0^2} \right) \exp(-in\theta), \quad (8)$$

选取参数 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, $\omega_0 = 10 \text{ mm}$, $k_\rho = 39.625 \text{ rad/mm}$, 由(7)式可模拟出 1 阶 Bessel-Gauss 光束的纵向光强分布(图 2(a)) 和 $z=0$ 横截面三维光强分布(图 2(b)).

在傍轴近似下, 由柱坐标下的柯林斯(Collins)公式^[23]可推导出高阶 Bessel-Gauss 光束在自由空间传输距离 z 后的光场分布

$$E(r, \theta, z) = -\frac{iE_0}{\lambda z} \exp(ikz) \int_0^{+\infty} J_n(\alpha\rho) J_n \left(k \frac{r\rho}{z} \right) \times \exp \left(-\frac{\rho^2}{\omega_0^2} \right) \exp \left[\frac{ik(r^2 + \rho^2)}{2z} \right] \rho d\rho, \quad (9)$$

其中 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波数, λ 为波长, r 为观察面径向坐标.

若用直径为 D 的圆形障碍物置于光轴上, 则障碍物后的光场可以通过改变(9)式的积分范围表示为

$$E(r, \theta, z) = -\frac{iE_0}{\lambda z} \exp(ikz) \int_{\frac{D}{2}}^{+\infty} J_n(\alpha\rho) J_n \left(k \frac{r\rho}{z} \right)$$

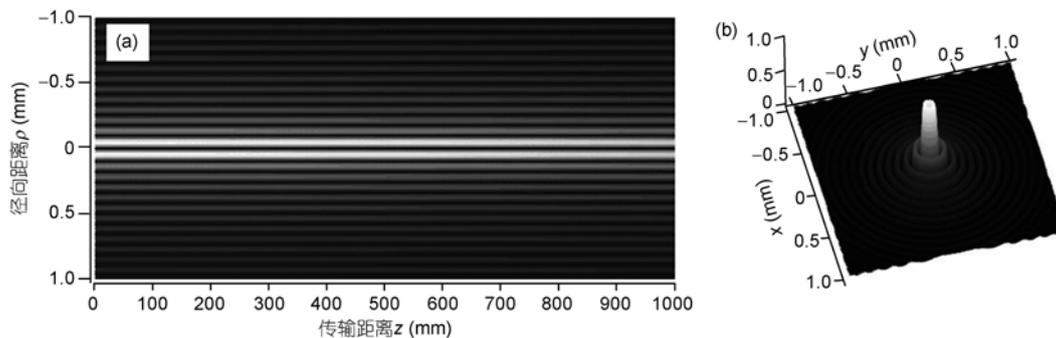


图 2 1 阶 Bessel-Gauss 光束的光强分布

(a) 纵向光强分布; (b) 横截面三维光强分布

Figure 2 Intensity distribution of the first-order Bessel beam: (a) longitudinal intensity distribution and (b) cross section intensity distribution (3D).

$$\times \exp\left(-\frac{\rho^2}{\omega_0^2}\right) \exp\left[\frac{ik(r^2 + \rho^2)}{2z}\right] \rho d\rho. \quad (10)$$

光强分布为

$$I(r, \theta, z) = |E(r, \theta, z)E^*(r, \theta, z)|^2. \quad (11)$$

利用(10)和(11)式模拟高阶 Bessel-Gauss 光束被轴上圆形障碍物遮挡后的光强分布, 选取障碍物处作为 z 轴起点, $E_0=1$, $n=1$, $\omega_0=10$ mm, $\lambda=632.8$ nm, $D=0.7$ mm.

由图 3(b)可以看出, 高阶 Bessel 光束被障碍物挡住后的一小段距离内, 高阶 Bessel 光消失, 在经过一段传输距离后, 高阶 Bessel 光束出现, 当远离障碍物后, 高阶 Bessel 光束几乎恢复了障碍物前的原状, 发生自重建现象. 从图 4 不同距离处截面光强分布图可以更清楚地看出高阶 Bessel 光束经障碍物后的自重建过程.

3 实验验证

利用螺旋相位板和轴棱锥元件产生高阶 Bessel-Gauss 光束, 再经过轴上圆形障碍物, 实验装置图见图 5.

实验中选择光源为 $\lambda=632.8$ nm 的氦氖激光, 螺旋相位板的拓扑荷数为 1, 轴棱锥底角 $\gamma=0.5^\circ$, 当氦氖激光通过螺旋相位板和轴棱锥元件后可产生一阶 Bessel-Gauss 光束, 轴上圆形障碍物直径为 0.7 mm. 以障碍物所在位置为 z 轴起点, 利用 CCD 成像系统拍摄截面光强分布. 图 6 为实验拍摄不同位置处的截面光强图, 对应图 4 数值模拟选取的各位置. 实验结果和理论模拟图 4 很好的吻合.

为验证障碍物形状对高阶 Bessel-Gauss 光束自重建特性的影响, 我们将轴上圆形障碍物换成边长为 0.5 mm 的正方形障碍物, 利用 CCD 成像系统拍摄

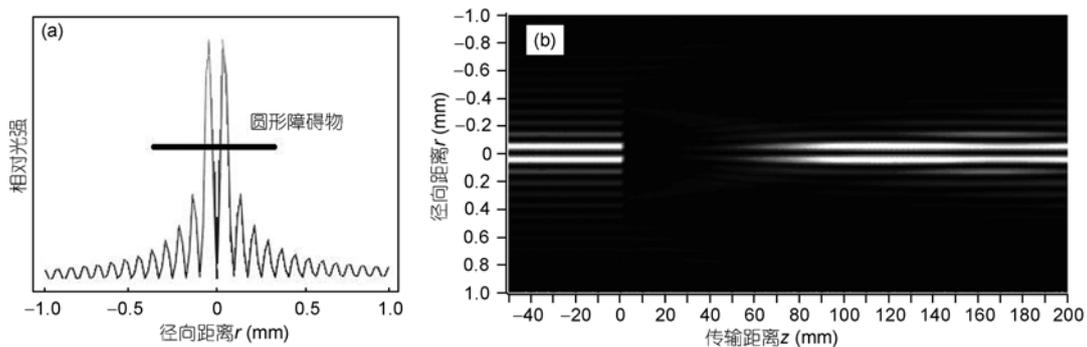


图 3 障碍物遮挡示意图(a)和沿传输方向光强剖面图(b)

Figure 3 (a) Diagram illustrating of the occlusion with an obstacle; (b) intensity profile along the propagation direction.

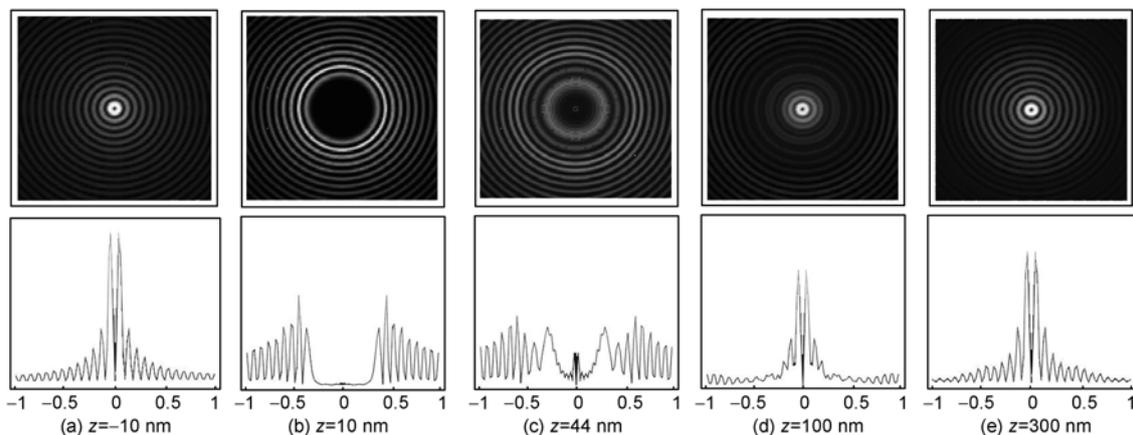


图 4 不同位置处的截面光强分布

Figure 4 Cross section intensity distributions at different positions.

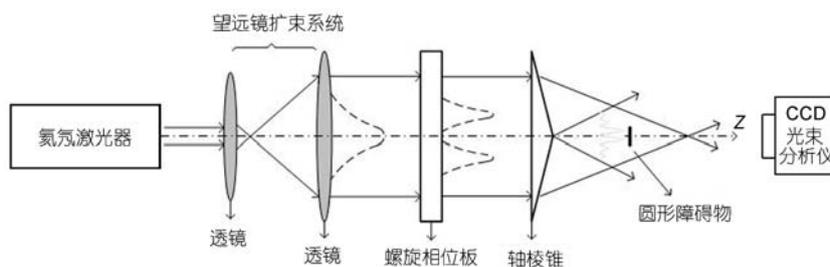


图5 实验装置图
Figure 5 Experimental setup.

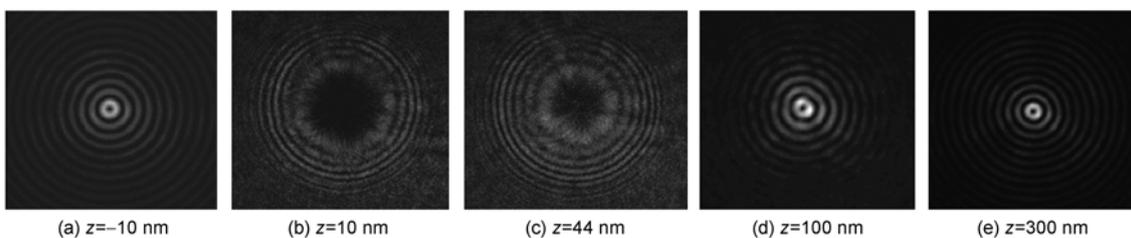


图6 实验拍摄轴上圆形障碍物不同位置处截面光强图

Figure 6 Cross section intensity distributions in experiment at different positions with an on-axis circular obstacle.

不同距离处截面光强分布, 如图 7 所示. 结果显示, 高阶 Bessel-Gauss 光束经过轴上正方形障碍物后一小段距离内, 高阶 Bessel-Gauss 光束被障碍物遮挡消失, 正方形障碍物形状清晰可见, 随着继续传播距离的继续增加, 正方形障碍物轮廓变的越来越模糊, 高阶 Bessel-Gauss 光束开始重建, 在离障碍物较远时,

正方形障碍物轮廓完全消失, 高阶 Bessel-Gauss 光束几乎恢复原状. 可见, 高阶 Bessel-Gauss 光束被其他形状障碍物遮挡时, 仍然具有自重建现象.

将上述正方形障碍物沿光束径向移动使其偏离光轴, 利用 CCD 成像系统拍摄不同距离处截面光强分布, 如图 8 所示. 结果显示, 高阶 Bessel-Gauss 光

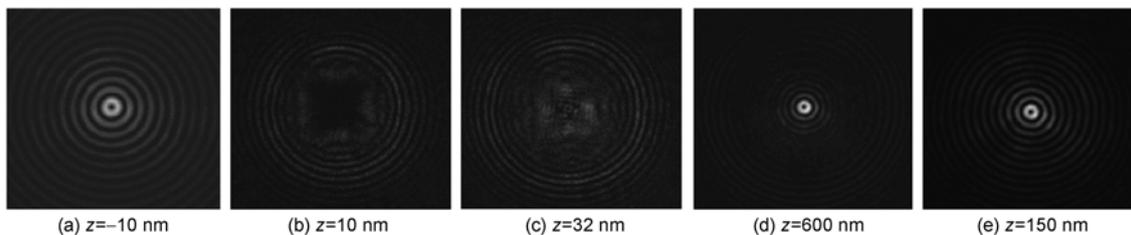


图7 实验拍摄轴上正方形障碍物不同位置处截面光强图

Figure 7 Cross section intensity distributions in experiment at different positions with an on-axis square obstacle.

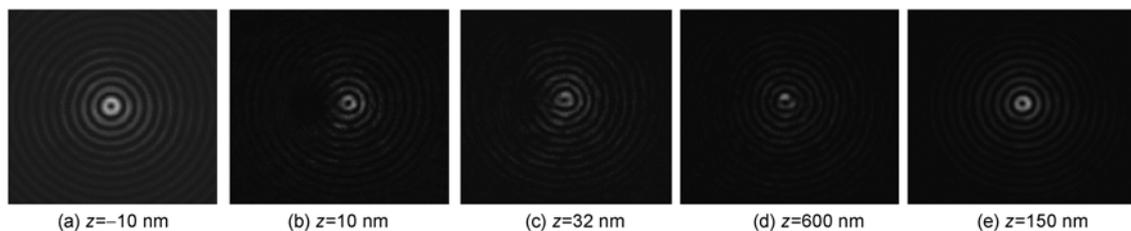


图8 实验拍摄离轴正方形障碍物不同位置处截面光强图

Figure 8 Cross section intensity distributions in experiment at different positions with an off-axis square obstacle.

束经离轴障碍物后也可以发生自重建现象, 与图 7 轴上自重建相比, 离轴自重建需要的最短距离更长, 与理论部分分析结果一致。

4 结论

基于汉克尔(Hankel)波理论分析了高阶 Bessel 光束的自重建特性, 利用衍射积分理论数值模拟了一阶 Bessel-Gauss 光束经过轴上圆形障碍物后的光强分布. 从模拟结果可以直观地看出高阶 Bessel 光束被轴上障碍物遮挡后可发生自重建现象, 重建特性与

零阶 Bessel 光类似. 因此, 若在工程上利用高阶 Bessel-Gauss 光束构建新型光镊系统, 不仅能够实现微粒的大范围、多层面俘获, 还可以利用高阶 Bessel 光束携带的轨道角动量实现光致旋转, 更加灵活地操控微粒. 实验上采用轴棱锥聚焦涡旋光束获得一阶 Bessel-Gauss 光束, 然后通过轴上的圆形障碍物、轴上正方形障碍物和离轴正方形障碍物, 并拍摄了不同位置处的截面光强分布图, 验证了高阶 Bessel-Gauss 光束的自重建特性, 实验结果与理论模拟很好地吻合. 研究结果对于高阶 Bessel 光束在光学微操控领域的应用具有重要的指导意义.

致谢 作者感谢研究生孙顺红在实验中给予的支持和帮助, 同时感谢审稿专家对文章提出的宝贵意见和建议.

参考文献

- 1 Ashkin A, Dziedzic J M, Bjorkholm J E, et al. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Opt Lett*, 1986, 11(5): 288–290
- 2 Moffitt J R, Chemla Y R, Smith S B, et al. Recent advances in optical tweezers. *Annu Rev Biochem*, 2008, 77(1): 205–228
- 3 Greenleaf W J, Woodside M T, Block S M. High-resolution, single-molecule measurements of biomolecular motion. *Annu Rev Biophys Biomol Struct*, 2007, 36: 171–190
- 4 Liu T, Gen T, Yan S B, et al. Characterizing optical dipole trap via fluorescence of trapped cesium atoms. *Sci China Ser G-Phys Mech Astron*, 2006, 49(3): 273–280
- 5 Yin J P, Liu N C, Xia Y, et al. Generation of hollow laser beam and their application in modern optic (in Chinese). *Prog Phys*, 2004, 24(3): 336–345 [印建平, 刘南春, 夏勇, 等. 空心光束的产生及其在现代光学中的应用. *物理学进展*, 2004, 24(3): 336–345]
- 6 Durnin J. Diffraction-free beam. *Phys Rev Lett*, 1987, 58(15): 1499–1501
- 7 Bouchal Z, Wagner J, Chlup M. Self-reconstruction of a distorted nondiffracting beam. *Opt Commun*, 1998, 151: 207–211
- 8 Wu F T, Jiang X G, Liu B, et al. Geometric optics analysis on self-reconstruction of nondiffracting beam generated from an axicon (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2009, 58(5): 3125–3129 [吴逢铁, 江新光, 刘彬, 等. 轴棱锥产生无衍射光束自再现特性的几何光学分析. *物理学报*, 2009, 58(5): 3125–3129]
- 9 Florian O F, Philipp S, Alexander R. Microscopy with self-reconstructing beams. *Nat Photonics*, 2010, 204: 1–6
- 10 Garcés-Chavez V, McGloin D, Melville H, et al. Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam. *Nature*, 2002, 419: 145–147
- 11 Mazilu M, Stevenson D J, Gunn-Moore F, et al. Light beats the spread: "non-diffracting" beams. *Laser Photonics Rev*, 2010, 4(4): 529–574
- 12 Ritesh A, Kosta L, Yael R, et al. Manipulation and assembly of nanowires with holographic optical traps. *Opt Express*, 2005, 13: 8906–8912
- 13 David G G. A revolution in optical manipulation. *Nature*, 2003, 424: 810–816
- 14 Jack N, Lin Z F, Chan C T. Theory of optical trapping by an optical vortex beam. *Phys Rev Lett*, 2010, 104: 1–4
- 15 牛憨笨, 袁小聪, 屈军乐, 等. 细胞生命现象分析和研究的物理学方法与手段. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2007, 37(增刊): 21–29
- 16 Yin L H, Li Y M, Lou L R, et al. Experimental research of doughnut, a new kind of laser trap (in Chinese). *Chin J Lasers*, 2003, 30(3): 211–215 [尹良红, 李银妹, 楼立人, 等. 空心新型光阱的实验研究. *中国激光*, 2003, 30(3): 211–215]
- 17 Liu L, Wu F T. Description of bottle beam and reconstruction of Bessel beam based on diffraction integral theory (in Chinese). *Acta Opt Sin*, 2008, 28(8): 370–374 [刘岚, 吴逢铁. 衍射理论对局域空心光束及无衍射光束重建的描述. *光学学报*, 2008, 28(8): 370–374]
- 18 Liu B, Wu F T, Jiang X G. Particles manipulation in multi-plane using non-diffracting Bessel beam (in Chinese). *Chin J Lasers*, 2009, 36(2): 0379–0382 [刘彬, 吴逢铁, 江新光. 利用无衍射 Bessel 光束多层面操控微粒. *中国激光*, 2009, 36(2): 0379–0382]
- 19 Lu W H, Wu F T, Ma B T. A bottle beam generated by a ring obstacle-axicon (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2010, 59(9): 6101–6105 [卢文和,

- 吴逢铁, 马宝田. 环形障碍物-轴棱锥产生局域空心光束. 物理学报, 2010, 59(9): 6101–6105]
- 20 Chávez-Cerda S, McDonald G S, New G H C. Nondiffracting beams: Travelling, standing, rotating and spiral waves. *J Opt Commun*, 1996, 123: 225–233
- 21 Igor A L, Melanie G M, Andrew F. A conical wave approach to calculating Bessel–Gauss beam reconstruction after complex obstacles. *J Opt Commun*, 2009, 282(6): 1078–1082
- 22 Chávez-Cerda S, New G H C. Evolution of focused Hankel waves and Bessel beams. *J Op Commun*, 2000, 181: 369–377
- 23 Dong Y, Zhang X H, Jin G Y, et al. The degenerating diffraction far-field propagation properties of the conical double half-Gaussian hollow beams. *Sci China Phys Mech Astron*, 2010, 53(3): 486–490

Self-reconstructing properties of high-order Bessel-Gauss beam

ZHANG QianAn, WU FengTie^{*}, ZHENG WeiTao & PU JiXiong

College of Information Science & Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China

Based on the hankel waves theory, formation principle of Bessel beam is analyzed, self-reconstruction behavior of zero-order and high-order Bessel beam is also explained commendably. Based on the diffraction theory and the transmission model under the collins formula conditions, optical intensity of high-order Bessel beam after a circular obstacle is simulated. Result shows that the high order Bessel-Gauss beam have similar self-reconstruction behavior with zero-order Bessel beam. In terms of the experiment, first-order Bessel-Gauss beam is generated by focusing of vortex beam with an axicon. This Bessel-Gauss beam passes though an on-axis circular obstacle, an on-axis square obstacle and an off-axis square obstacle, and the self-reconstruction properties of the high-order Bessel-Gauss beams are verified. Experimental results agree well with the theoretical analysis.

hankel waves theory, diffraction theory, high order Bessel-Gauss beam, self-reconstructing

PACS: 42.25.-p, 42.25.Fx, 41.85.Ew

doi: 10.1360/132011-63