



论文

介质蜂窝等效电磁性能数值仿真分析研究

邱克鹏^①, 张富利^②, 张卫红^{①*}

① 西北工业大学机电学院, 西安 710072;

② 西北工业大学理学院, 西安 710072

*联系人, E-mail: zhangwh@nwpu.edu.cn

收稿日期: 2011-10-09; 接受日期: 2012-03-24; 网络出版日期: 2012-06-18

国家自然科学基金(批准号: 11002112)和西北工业大学基础研究基金(编号: JC20110252)资助项目

摘要 针对规则周期性介质蜂窝夹芯结构材料介电性能的等效计算, 提出采用有限元数值仿真和反演计算的方法分析研究不同构型介质蜂窝单胞的几何参数对其等效介电性能的影响规律, 并探讨了周期性介质蜂窝单胞的尺寸效应对介质蜂窝的等效介电性能的影响, 数值结果表明周期性介质蜂窝结构材料的等效介电性能在面内具有明显的尺寸效应, 随着介质蜂窝单胞数目的无限增大, 介质蜂窝的等效介电性能将趋于一个均匀化值.

关键词 介质蜂窝, 等效介电性能, 尺寸效应, 有限元分析, 反演计算

PACS: 02.70.-c, 11.55.Bq, 13.40.-f, 41.90.+e

doi: 10.1360/132011-1040

蜂窝结构作为一种轻质材料, 具有高孔隙率特征, 因而拥有高的比刚度和比强度, 以及优越的力学、热学等性能; 蜂窝材料也作为一种特殊的多孔结构, 不仅具有一般多孔材料的大部分特征, 且几何结构规则, 其研究结果可展示出复杂得多的三维泡沫材料的性能^[1].

介质蜂窝除了低密度、优异的力学、热学等性能外, 还具备有用的电性能. 通常, 电磁波的衰减取决于其传播媒质的介电性能, 而多孔材料的低密度使其具有极低的单位体积损耗因子, 因而适合用作天线罩和无线电发射器的外壳. 由于蜂窝夹芯结构具有良好的力学和电磁性能, 使得介质蜂窝材料广泛应用于对重量和性能有特殊要求的航空、航天结构领

域中, 特别适用于同时具有承载和吸收雷达波双重功能的结构中, 如飞行器隐身结构、电磁窗应用等. 适当选择夹芯还可以获得良好的抗振、隔热、隔音等性能, 所以蜂窝结构材料在航空航天飞行器上的应用愈加广泛.

在蜂窝夹层结构设计时, 为了满足结构总体设计要求, 综合考虑蜂窝夹层结构的力学性能和透波、吸波性能, 有必要从多学科角度来对夹层材料和结构进行分析和研究. 在对蜂窝夹芯材料结构的等效力学性能、热性能等方面的计算研究已经取得了许多成果^[2-6], 而对其等效电磁性能的计算分析也一直是蜂窝夹层结构设计中的研究热点. 具有周期性特征的蜂窝夹芯结构材料是一种正交各向异性材料,

引用格式: 邱克鹏, 张富利, 张卫红. 介质蜂窝等效电磁性能数值仿真分析研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2012, 42: 812-818
Qiu K P, Zhang F L, Zhang W H. Numerical computation of effective electromagnetic properties for dielectric honeycombs (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2012, 42: 812-818, doi: 10.1360/132011-1040

其等效介电常数可通过实验^[7]或数值计算得到. 在数值模拟方面, Smith 等人^[8,9]利用时域有限差分方法(FDTD, Finite Difference Time Domain), 在蜂窝材料3个互相正交方向平面波源照射下, 首先预测介质蜂窝材料的无限平面层的反射系数, 然后由反射系数得到输入阻抗的值, 而输入阻抗又是介电常数的确定函数, 这样通过两步反演过程可以得到蜂窝材料3个方向的相对介电系数. Serdyuka 等人^[10]采用有限体积法和有限元方法仿真计算三维周期性结构的等效介电常数, 通过和实验数据相比较, 数值结果显示了微观电场分布和介电损耗都是与频率相关的. 张永杰等人^[11]推导了均匀化方法的有限元计算公式, 对介质框和蜂窝周期结构的等效电磁参数进行计算, 并给出了等效电磁参数的拟合公式. 何燕飞等人^[12]根据强扰动理论, 在长波长近似条件下推导出蜂窝结构吸波材料等效介电常数和等效磁导率的计算公式, 并研究了等效介电常数与等效磁导率的变化规律、蜂窝结构吸波材料的反射特性. 由于影响蜂窝夹层结构电磁性能的主要因素是夹芯的材料特性和几何构型, 所以本文在前人研究成果的基础上, 基于理论分析和仿真计算, 仅讨论分析了蜂窝夹芯结构不同几何参数和构型对介电性能的影响规律, 讨论结果可用于指导蜂窝夹层结构在特定领域(如雷达罩、隐身结构等)中的多功能设计及应用.

1 周期性介质蜂窝的等效介电常数计算

1.1 散射参数的有限元计算

利用有限元方法数值分析电磁场问题, 实际上是近似求解给定边界条件下的基于微分形式的麦克斯韦方程组^[13]. 麦克斯韦方程组是描述宏观电磁场规律的基本方程, 对于一般的时谐场, 其微分形式为

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{E} &= -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \bar{H} &= \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \bar{J}, \\ \nabla \times \bar{D} &= \rho, \\ \nabla \times \bar{B} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 \bar{E} 为电场强度矢量, \bar{H} 为磁场强度矢量, \bar{B} 为磁感应强度矢量, \bar{D} 为电位移矢量, \bar{J} 为总的电流密度矢量, ρ 为电荷密度.

根据电磁学中媒质的本构关系, 可推导出矢量波动方程为

$$\nabla \times [\bar{\mu}_r \cdot (\nabla \times \bar{E})] \bar{E} + k_0^2 \bar{\epsilon}_r \cdot \bar{E} = -j\omega \mu_0 \bar{J}_s, \quad (2)$$

式中 $\bar{\epsilon}_r$ 为与材料相对介电常数和电导率相关的复张量, μ_0 为真空中的磁导率, $\bar{\mu}_r$ 为材料的相对磁导率的复张量, k_0 为真空中的波数, ω 为工作角频率, \bar{J}_s 为激励电流密度.

以变分原理为基础的有限元方法对分析模型进行离散, 通过插值的办法建立各自由度间的相互关系, 选用适当的单元, 在矢量波动方程两边点乘矢量基函数, 经过一系列等价变换, 再对每个单元的加权积分取最小值为0时, 得到此单元上的单元矩阵, 最后组装局部单元矩阵生成全局矩阵. 有限元法就是通过把二次泛函的极值问题转化为一组多元代数方程组来求解. 它能使复杂结构、复杂边界情况的边值问题得到解答.

1.2 有限元边界条件的处理

对于无限重复的周期性表征体胞, 如图1所示, 在分析时, 一方面为了简化模型, 另一方面为了提高计算效率, 通常取出无限周期中的最小单元(单胞)作为分析模型, 对这个单胞结构施加周期性边界条件来模拟单元的周期性排列.

对单胞施加周期性条件通常有两种方法: 一种对单胞施加主从边界条件; 另一种对单胞施加完美电导体(Perfect Electric Conductor, PEC)和完美磁导体(Perfect Magnetic Conductor, PMC)条件. 本文采用基于有限元数值计算的三维高频电磁仿真软件 Ansoft High Frequency Structure Simulator (HFSS), 对单胞施加 PEC 和 PMC 条件进行建模, 该模型可等效为沿波的传播方向上只有一个单元, 而在垂直于波矢方向上是周期排列的平面结构, 然后使用波导激励完成仿真, 得到 S 参数, 再使用反演公式进行计算, 最终反求得到蜂窝夹芯结构的等效介电常数.

1.3 等效介电常数的反演计算

介质蜂窝作为微型结构, 假如其周期性单胞尺寸远小于工作频段波长, 满足有效介质理论要求, 为此可采用散射参数反演法^[14]计算其折射率和阻抗, 从而获得周期性介质蜂窝的等效介电常数.

在反演计算方法中, 假设转换矩阵 T 建立了介质

两边场向量间的关系, 并有以下解析形式为^[15]

$$T = \begin{bmatrix} \cos(nkd) & -\frac{z}{k} \sin(nkd) \\ \frac{k}{z} \sin(nkd) & \cos(nkd) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 n 表示介质的折射率, z 表示介质板的波阻抗. 散射参数矩阵 S 中的元素可直接通过实验测量获得, 也可由转换矩阵 T 中的元素表示, 对于均匀介质板, $T_{11}=T_{22}=T_s$ 且 $\det(T)=1$, 散射参数矩阵 S 也是对称的, 并有:

$$S_{21} = S_{12} = \frac{1}{T_s + \frac{1}{2} \left(ikT_{12} + \frac{T_{21}}{ik} \right)}, \quad (4)$$

$$S_{11} = S_{22} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{T_{21}}{ik} - ikT_{12} \right)}{T_s + \frac{1}{2} \left(ikT_{12} + \frac{T_{21}}{ik} \right)}. \quad (5)$$

利用转换矩阵 T 中的解析值, 上式中的散射参数值可表示为

$$S_{21} = S_{12} = \frac{1}{\cos(nkd) - \frac{i}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right) \sin(nkd)}, \quad (6)$$

$$S_{11} = S_{22} = \frac{i}{2} \left(\frac{1}{z} - z \right) \sin(nkd) S_{21}. \quad (7)$$

由(6)和(7)式中散射参数关系式可得 n 和 z 值, 如下:

$$n = \frac{1}{kd} \cos^{-1} \left[\frac{1}{2S_{21}} (1 - S_{11}^2 + S_{21}^2) \right], \quad (8)$$

$$z = \sqrt{\frac{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2}}. \quad (9)$$

有效介电常数 ε 和磁导率 μ 可通过(8)和(9)式求得:

$$\varepsilon = n/z, \quad \mu = nz. \quad (10)$$

2 不同构型的介质蜂窝等效介电常数计算分析

在实际工程应用中, 往往需要根据不同的性能要求选用不同构型的介质蜂窝结构, 为此在满足相同体分比的条件下, 比较计算不同构型(包括正六边形、正方形、空心圆形)介质蜂窝的等效介电常数. 单胞基本尺寸如图 1 所示, 周期性介质蜂窝结构是由单胞周期性重复形成, 所以只需取出重复结构中的最小单元进行分析, 对其施加周期性边界条件来代替整个蜂窝结构.

采用散射参量法需要满足有效媒介理论, 该理论要求介质尺度要远远小于入射波的波长, 否则计算结果可能会失效, 此处通过设定入射波频率 f 扫描范围 1-6 GHz 来满足条件. 选定介质介电常数和磁导率, 并假设介质蜂窝具有相同的厚度 $t=0.5$ mm.

由图 1(a)所示, 正六边形介质蜂窝单胞的边长为 L , 壁厚为 W , 令 $W/L=2k$.

正六边形蜂窝单胞体积为

$$V = \frac{3\sqrt{3}}{2} [(1+k)^2 - 1] \times L^2 \times t.$$

由图 1(b)所示, 正方形介质蜂窝单胞的内边长为 $L1$, 壁厚为 $W1$, 为了与正六边形具有可比性, 令 $W1/L1=2k$.

正方形蜂窝单胞体积为

$$V1 = [(1+2k)^2 - 1] \times L1^2 \times t.$$

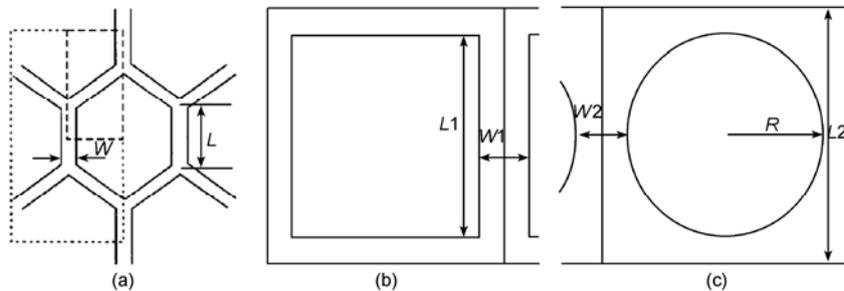


图 1 不同构型介质蜂窝单胞尺寸示意图

(a) 六角形; (b) 正方形; (c) 圆形

Figure 1 Schematic diagram of dielectric honeycomb unit cells with (a) hexagonal; (b) square and (c) hollow circle configurations.

由图 1(c)所示, 空心圆形介质蜂窝单元的外边长为 $L2$, 内圆半径为 R , 并令 $L2-2R=W2$, $W2/R=2k$.

空心圆形单元的体积可以表示为

$$V2 = [4(1+k)^2 - \pi] \times R^2 \times t.$$

在满足 $V=V1=V2$ 的条件下, 取正六边形蜂窝单元的边长 $L=3\text{ mm}$ 及不同的 $2k$ 值, 可得不同尺寸的正方形和空心圆形的蜂窝单元构型, 如表 1 和 2 所列相应的不同尺寸参数.

表 1 正方形蜂窝单元尺寸参数

$2k$	$L1$	$L1+W1$
0.2	3.34	4
0.4	3.274	4.584
0.6	3.22	5.152
0.8	3.34	6.01
1.0	3.12	6.24

表 2 空心圆形蜂窝单元尺寸参数

$2k$	$L1$	$L1+W1$
0.2	1.7	3.74
0.4	1.98	4.752
0.6	2.11	5.486
0.8	2.19	6.132
1.0	2.23	6.7

根据给定的介质蜂窝单元尺寸参数建立相应的分析模型, 通过采用有限元方法仿真计算得到 S 参数 (S_{11} , S_{21}), 再利用反演公式计算求得有效介电常数, 计算结果如图 2-4 所示.

从以上分析计算结果可知, 3 种介质蜂窝的等效介电常数的实部和虚部都随着 $2k$ 值的增大(即材料用量的增大)而增大; 在 3 个正交方向上, 有效介电常数的实部和虚部变化趋势相似; $2k$ 值相同时, 正六边形介质蜂窝等效介电常数最小, 正方形最大, 空心圆

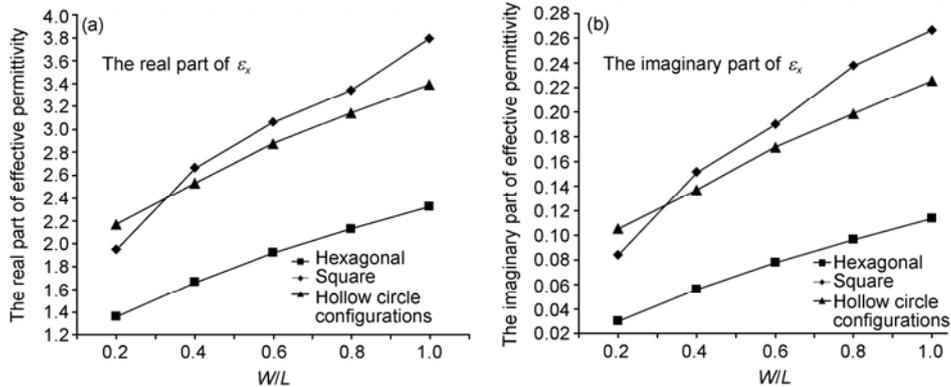


图 2 不同蜂窝构型有效介电常数分量的(a)实部和(b)虚部

Figure 2 (a) Real part and (b) imaginary part of effective permittivity with different honeycomb configurations.

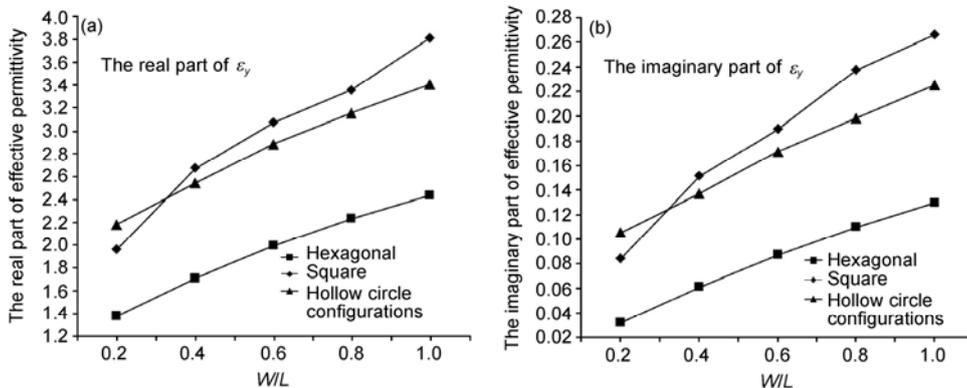


图 3 等效蜂窝结构有效介电常数分量的(a)实部和(b)虚部

Figure 3 (a) Real part and (b) imaginary part of effective permittivity with different honeycomb configurations.

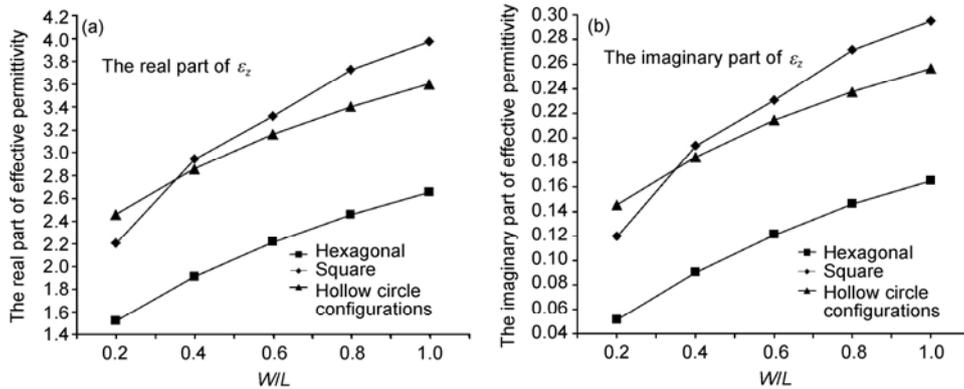


图 4 等效蜂窝结构有效介电常数分量的(a)实部和(b)虚部

Figure 4 (a) Real part and (b) imaginary part of effective permittivity with different honeycomb configurations.

形介于两者之间; 由于结构的对称性, 正方形和空心圆形介质蜂窝在面内的等效介电常数相等($\epsilon_x = \epsilon_y$), 而对正六边形蜂窝具有弱对称性。

3 介质蜂窝等效介电常数尺寸效应分析研究

在分析周期性介质蜂窝等效介电常数尺寸效应时, 确定单胞构型后, 保持材料宏观尺寸一定和相同的材料用量, 通过缩放体胞尺寸, 建立一系列包含不同数目体胞的周期介质蜂窝材料模型, 经数值模拟计算分析介质蜂窝等效介电常数的变化规律。如图 5 所示含不同尺寸单胞的正方形周期性介质蜂窝材料, 单胞个数分别为 $n=1, 4, 16, 64$ 。

针对不同尺寸介质蜂窝取相同介电常数和磁导率, 在基于有限元分析方法的数值仿真软件 Ansoft 中建立分析模型, 通过数值分析和反演计算, 介质蜂窝等效介电常数计算结果如表 3 和图 6 所示。

从以上计算结果可知: 面内 x 和 y 方向等效介电常数的实部和虚部值都随着正方形介质蜂窝单胞数目的增加而减小, 而 z 方向的等效介电常数的实部和虚部值开始有所增加, 逐渐保持不变, 这表明介质蜂窝单胞的面内尺寸效应对 x 和 y 方向等效介电常数影响较大, 而对面外 z 方向影响较小。从曲线的变化趋势可以预测, 随着正方形介质蜂窝单胞数目的进一步增加, 3 个正交方向的等效介电常数的实部和虚部都会趋于一个常数, 这与尺寸效应对周期性蜂窝结构力学性能的影响一致。

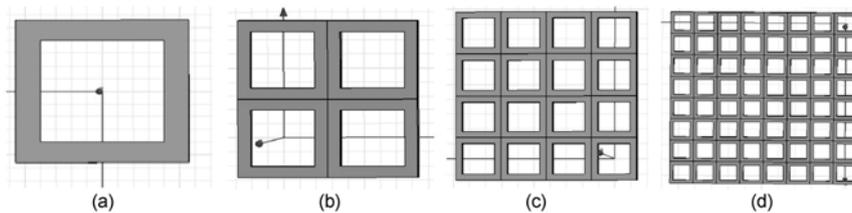


图 5 不同尺寸正方形介质蜂窝单胞

(a) $n=1$; (b) $n=4$; (c) $n=16$; (d) $n=64$

Figure 5 Square dielectric honeycomb unit cells with different sizes. (a) $n=1$; (b) $n=4$; (c) $n=16$; (d) $n=64$.

表 3 不同尺寸正方形介质蜂窝等效介电常数

Table 3 Effective permittivity of square dielectric honeycomb unit cells with different sizes

Number of unit cells	ϵ_x	ϵ_y	ϵ_z
1	2.675-j0.1514	2.675-j0.1514	2.951-j0.1944
4	2.636-j0.1485	2.636-j0.1485	2.959-j0.1957
16	2.575-j0.1438	2.575-j0.1438	2.961-j0.196
64	2.533-j0.1386	2.533-j0.1386	2.961-j0.196

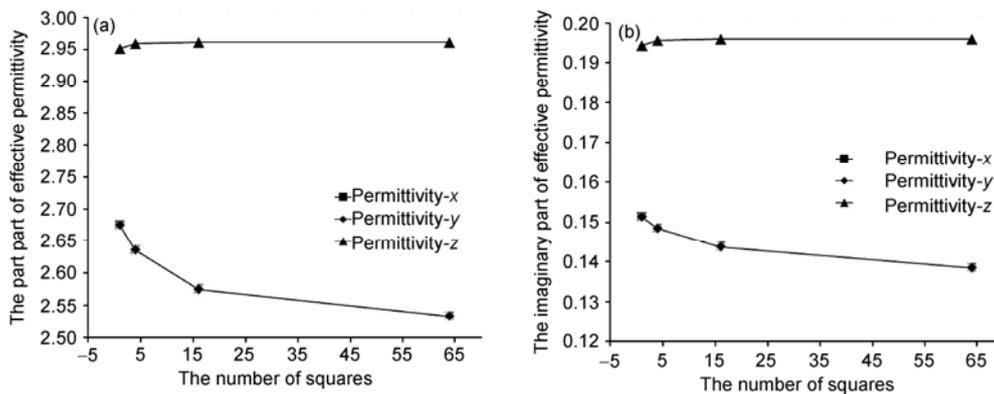


图6 不同尺寸正方形介质蜂窝等效介电常数的(a)实部和(b)虚部

Figure 6 (a) Real part (b) imaginary part of effective permittivity of square dielectric honeycomb unit cells with different sizes.

4 结论

本文采用有限元数值仿真和反演计算的方法, 首先分析比较了不同构型周期性介质蜂窝等效介电性能, 研究了介质蜂窝夹芯结构的不同几何参数和构型对介电性能的影响规律, 在相同材料用量的条件下, 正六边形介质蜂窝等效介电常数最小, 并在面内具有弱对称性, 正方形介质蜂窝等效介电常数最大, 空心圆形介于两者之间, 由于结构的对称性, 面内等效介电常数相等; 然后研究了周期性单胞的尺寸效应对介质蜂窝的等效介电性能的影响, 计算结

果表明周期性介质蜂窝结构材料的等效介电性能在面内具有明显的尺寸效应, 随着介质蜂窝单胞数目的无限增大, 介质蜂窝的等效介电性能将趋于一个均匀化的值. 在作者前期的研究工作中^[16], 随着单胞尺寸的减小, 介质蜂窝夹层结构的等效力学性能趋近于利用均匀化方法计算得到的均匀化值, 表明周期性介质蜂窝单胞的尺寸效应对介质蜂窝的等效力学性能和等效介电性能具有相同的影响, 这我们在特定领域(如雷达罩、隐身结构等)中进行蜂窝夹层结构的多功能设计及应用提供了分析依据.

参考文献

- Gibson L J, Ashby M F. Cellular Solid: Structure and Properties. 2nd ed. Cambridge: Pergamon Press, 1997
- Dai G M, Zhang W H. Cell size effect analysis of the effective Young's modulus of sandwich core. *Comput Mater Sci*, 2009, 46(3): 744-748
- Balawi S, Abot J L. The effect of honeycomb relative density on its effective in-plane elastic moduli: An experimental study. *Compos Struct*, 2008, 84(4): 293-299
- Hohe J, Becher W. Effective stress-strain relations for two-dimensional cellular sandwich cores: Homogenization, material models, and properties. *Appl Mech Rev*, 2002, 55(1): 61-88
- Liu S T, Zhang Y C, Liu P. New analytical model for heat transfer efficiency of metallic honeycomb structures. *Int J Heat Mass Transfer*, 2008, 51: 6254-6258
- Lu T J. Heat transfer efficiency of metal honeycombs. *Int J Heat Mass Transfer*, 1999, 42: 2031-2040
- Zhang Q, Zhu Z X. The measurement of dielectric parameter of honeycomb material (in Chinese). *Mod Radar*, 2001, 23(6): 57-59 [张强, 朱兆霞. 蜂窝材料介电参数的测试. 现代雷达, 2001, 23(6): 57-59]
- Smith F C. Effective permittivity of dielectric honeycombs. *IEE Proc-Microw Antennas Propag*, 1999, 16(1): 55-59
- Smith F C, Scarpa F, Chambers B. The electromagnetic properties of re-entrant dielectric honeycombs. *IEEE Microwave Guided Wave Lett*, 2000, 10(11): 451-453
- Serdyuka Y V, Podoltsevb A D, Gubanskia S M. Numerical simulations of dielectric properties of composite material with periodic structure. *J Electrostat*, 2005, 63: 1073-1091

- 11 Zhang Y J, Li J H, Sun Q. Homogenization method for effective electromagnetic properties of composites (in Chinese). *Chin J Radio Sci*, 2009, 24(2): 280–292 [张永杰, 李江海, 孙秦. 复合材料结构等效电磁参数均匀化方法. *电波科学学报*, 2009, 24(2): 280–292]
- 12 He Y F, Gong R Z, Wang X, et al. Study on equivalent electromagnetic parameters and absorbing properties of honeycomb-structured absorbing materials (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2008, 57(8): 5261–5266 [何燕飞, 龚荣洲, 王鲜, 等. 蜂窝结构吸波材料等效电磁参数和吸波特性的研究. *物理学报*, 2008, 57(8): 5261–5266]
- 13 Jin J M. *The Finite Element Method in Electromagnetics*. New York: Wiley, 2002
- 14 Smith D R, Vier D C, Koschny T. Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials. *Phys Rev E*, 2005, 71(3): 1–11
- 15 Smith D R, Dalichaouch R, Kroll N, et al. Photonic band structure and defects in one and two dimensions. *J Opt Soc Am B*, 1993, 10: 314–321
- 16 Qiu K P, Zhang W H, Zhu J H. Bending and dynamic analyses of sandwich panels considering the size effect of sandwich core. *Int J Simul Multidisciplinary Des Optim*, 2009, 3(3): 370–384

Numerical computation of effective electromagnetic properties for dielectric honeycombs

QIU KePeng¹, ZHANG FuLi² & ZHANG WeiHong^{1*}

¹ *School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;*

² *School of Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*

The finite element numerical computation and the retrieval technique are adopted to evaluate the effective electromagnetic properties of the regular periodic dielectric honeycomb cores under the periodic boundary conditions. And then we compare the effective permittivities of dielectric honeycomb unit cells with the different configurations and the same dielectric materials. The size effect of dielectric honeycomb unit cells on the effective permittivity is pointed out. To simulate the periodic boundary conditions, the PEC (Perfect Electric Conductor) and PMC (Perfect Magnetic Conductor) are imposed on the unit cells in the different periodic dielectric honeycombs. Moreover, the requirement of effective media theory is satisfied that the unit cell dimension is the factor 6 smaller than the center wavelength at least. So the refractive index and the wave impedance are obtained by the scattering parameter retrieval method. On this basis, the effective permittivity and permeability of periodic electric honeycombs are calculated. Numerical results show that the configuration and size of dielectric honeycomb unit cells have the obvious influences on the effective electromagnetic properties. And the effective electromagnetic properties of the periodic dielectric honeycomb cores have the obvious in-plane size effect. With increasing infinitely the number of unit cells, the effective permittivity of dielectric honeycombs trends to the homogenization value. The research demonstrates that the size effect has the same action on the effective electromagnetic and mechanical properties of periodic honeycomb structures. It provides the analyzing foundation for the multifunctional design and application of honeycomb sandwich structures in the special fields (radomes, stealth structures and so on).

dielectric honeycomb, effective electromagnetic properties, size effect, finite element analysis, retrieval computation

PACS: 02.70.-c, 11.55.Bq, 13.40.-f, 41.90.+e

doi: 10.1360/132011-1040